

我讀報紙知天下

~發現令人感動的、佩服的、可學習的、或警惕的新聞報導~

分享人	(8)年(9)班(16)號姓名:
新聞報導標題	每一橫列的數 = $(x+1)^n$ 的各項係數
資料來源	報紙名稱: 第 648 期, 第 7 頁; 報紙日期: 2021 年 12 月 20 日



請根據剪報，回答下列 5W1H 的問題，發揮一下分析力。

(Who) 剪報中的主角是 $(x+1)^n$	(When) 剪報中主要内容發生的時間是 不知道	(Where) 剪報中的主要内容發生的地方是 報紙上
(What) 剪報中的主角發生的事情是 算數	(Why) 發生這件事的原因是 為了算數	
(How) 這件事情發生的過程是(開始→經過→結果) 三角形 → 運算 → $(x+1)^n$		

♥這篇報導讓我感動、佩服或警惕的地方是：

(呈現內容可以多元方式，如寫一首新詩、畫四格漫畫或是單純書寫心得，為你的創作帶來更精采的風格！)

拿 $(x+1)^n$ 去算三角形，也就是帕斯卡三角形運算

規則，例如三角形最上層為 $(x+1)^0$ ，第2層為 $(x+1)^1$ ……
以此類推，因此每一橫列的都為 $(x+1)^n$ 的係數。

性質
2

每一橫列的數
= $(x+1)^n$ 的各項係數

下一個厲害的性質是：如圖七所示，每一橫列的數，正好都會形成 $(x+1)^n$ 的各項係數！這又是什麼原因呢？讀者不妨先試著觀察、思考一番，再往下繼續閱讀。

為了方便說明，我們先規定頂端叫做第0列，下一層叫做第1列，再下一層叫做第2列，以此類推。

以第4列推到第5列為例，假如我們已經確定第4列的數依序都是 $(x+1)^4$ 的各項係數，也就是說 $(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ ，現在我們要計算 $(x+1)^5$ ，看看係數變化是不是正好符合帕斯卡三角形的運算規則。

由圖八、圖九的推導可以明顯地看出，只要確定第4列的數依序是 $(x+1)^4$ 的各項係數，下一列，也就是第5列的數也必定會依序是 $(x+1)^5$ 的各項係數。

事實上，前面這個推論方式可以適用在從任何一列推到下一列，像我們剛才確定了第5列的數依序是 $(x+1)^5$ 的各項係數，那麼根據同樣的推論方式可知，第6列的數也必定會依序是 $(x+1)^6$ 的各項係數。同樣地，第7列、第8列、第9列……等後續的每一列都必然會符合這個漂亮的性質。

圖七

$$\begin{aligned}(x+1)^0 &= 1 \\(x+1)^1 &= 1x + 1 \\(x+1)^2 &= 1x^2 + 2x + 1 \\(x+1)^3 &= 1x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\(x+1)^4 &= 1x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 \\(x+1)^5 &= 1x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1\end{aligned}$$

圖八

$$\begin{aligned}(x+1)^5 &= (x+1)^4 \times (x+1) \\&= (x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) \times x \\&\quad + (x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) \\&= 1x^5 + (4+1)x^4 + (6+4)x^3 + (4+6)x^2 + (1+4)x + 1\end{aligned}$$

圖九

$$\begin{array}{ccccccc} & 1x^4 & 4x^3 & 6x^2 & 4x & 1 & \\ & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \downarrow & \swarrow & \\ x^5 & 5x^4 & 10x^3 & 10x^2 & 5x & 1 & \end{array}$$

●作者為教育部適性教學計畫「數學建築活動」教案設計人，任教北市石牌國中