



檢疫與免疫

文／洪介興

考考你

檢測準確率99.9% 為何確診率10%？

2013年底，日本NHK頻道上映一部名為《數學女孩的戀愛事件簿》連續劇。在第二集中，男主角從準確率高達99.9%的檢測中，得知自己罹患了大約每10000人才會有1個人得到，罕見的不治之症，他只能把希望寄託在檢測結果有誤，然而檢測發生錯誤的機率只有千分之一，看來用九死一生都不足以描述男主角的絕境，而是九九九死一生啊！

但頭腦冷靜的女主角從男主角口中得知此事後，卻告訴男主角，說他患病的機率不是99.9%，而是只有10%才對！這到底是怎麼一回事呢？

女主角之所以有這樣的結論，簡而言之，是因為檢測錯誤的機率雖然很低，然而相較於一個人得病的機率卻高上許多；千分之一縱使罕見，但相較於萬分之一就不是那麼稀罕了。

女主角在劇中如此說明：

檢查的正確率是99.9%，也就是10000人來檢查，會給9990個人正確的結果，剩下0.1%的10個人則是錯誤的結果。真正患病的只有10000人中的1個人，然而被檢查為患病的卻有10個人左右，因此你患病的機率不是99.9%，而是10人中的1人，只是10%的問題。

一個數學嗅覺敏銳的觀眾看了這個片段，可能會發現女主角的說明其實未盡詳細，而且數據也大幅簡化了，事實上，男主角患有該疾病的機率約為9.08%，如圖一所示。

依照女主角的說明方式，若有10000人接受檢驗，無患病但錯被驗出陽性的人數期望值應該是9.999人，而有患病且正確被驗出陽性的人數期望值應該是0.999人，即便粗略的用10人和1人來計算，男主角有患病機率也應該是11分之1（約為9.09%），而非10分之1，然而考量到戲劇的流暢性，這樣的犧牲是可以理解的。

圖一 陽性者有患病之機率分析（括號內為10000人受檢之預期人數）

	有患病	無患病
檢驗結果陽性(+)	有患病且檢驗正確的機率 = 0.0001×0.999 = 0.0000999 (10000×0.0000999 →約0.999人)	無患病卻檢驗錯誤的機率 = 0.9999×0.001 = 0.0009999 (10000×0.0009999 →約9.999人)
檢驗結果陰性(-)	有患病卻檢驗錯誤的機率 = 0.0001×0.001 = 0.0000001	無患病且檢驗正確的機率 = 0.9999×0.999 = 0.9989001

$$\frac{\text{檢驗結果為陽性者}}{\text{確實有患病的機率}} = \frac{\text{有患病且檢驗正確的機率}}{\text{檢驗結果為陽性的機率}} = \frac{0.0000999}{0.0000999 + 0.0009999} \approx \mathbf{9.08\%}$$



《數學女孩的戀愛事件簿》是一齣以數學為破案基礎的推理劇。（圖／NHK）

告訴你

什麼情況去檢驗？ 不同前提影響機率

上述的數據瑕疵還只是小問題，更讓人在意的其實是一個未被劇情交待的大問題：「男主角為何會去做這個檢驗呢？」這個重要的資訊甚至可能會翻轉女主角原本的結論！

假想以下的狀況：如果男主角是因為身體出現某些症狀而就醫，醫師根據過往的紀錄，知道有這些症狀的人當中，大約每20人中就有1人是罹患了那個不治之症，因而安排男主角進行檢驗。若是上述前提，那麼在檢測結果出來前，男主角患有該病症的機率就不像一般人是萬分之一，而是20分之1。這個機率比檢驗錯誤的可能性高出數十倍。

如圖二所示，我們可計算出在此狀況下，當檢驗結果為陽性時，患有該病的機率約為98.13%，雖不至於像男主角一開始誤以為的99.9%這麼糟，但也已經是希望渺茫。

圖二 身體有狀況下的患病機率

	有患病	無患病
檢驗結果陽性(+)	有患病且檢驗正確的機率 = 0.05×0.999 = 0.04995	無患病卻檢驗錯誤的機率 = 0.95×0.001 = 0.00095
檢驗結果陰性(-)	有患病卻檢驗錯誤的機率 = 0.05×0.001 = 0.00005	無患病且檢驗正確的機率 = 0.95×0.999 = 0.94905

$$\frac{\text{檢驗結果為陽性者}}{\text{確實有患病的機率}} = \frac{\text{有患病且檢驗正確的機率}}{\text{檢驗結果為陽性的機率}} = \frac{0.04995}{0.04995 + 0.00095} \approx \mathbf{98.13\%}$$