補腦算算鍋

為何逢10進位

圖與文／洪介興

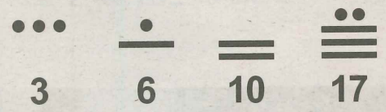
考考你 沒有文字的世界 古代人如何數羊

想像你是一個古代的牧羊人，所處的世界還沒有發展出文字，也沒有數字可用，那要怎麼確定你擁有的羊隻數目呢？請先想想看有沒有什麼方法可以記錄數量。

一個很直接的方法是每有一隻羊就畫一筆，譬如把3隻羊記做「Ⅲ」、那麼「ⅢⅢ」就表示7隻羊。這個記錄方式固然直接、簡單，但當數目較大時，不論是記錄或閱讀都很不方便。就連剛才所舉7隻羊例子都已不容易一目了然，何況是更大的數目呢？

再想想 較大數目怎記錄 馬雅蘇美有妙招

要怎麼記錄較大的數目？世界各地的古文明都想到可以把5個或10個視為一組，將較大的數看成「幾組又多出幾個」。以馬雅人為例（圖一），他們用點代表1、橫線代表5，所以17是3條橫線加上2個點，比畫17個點更有效率。



圖一　馬雅人的計數方法

再看蘇美人的做法（圖二），他們用向下的楔子代表1、向左的箭頭代表10，所以17就是1個箭頭加上7個楔子。值得一提的是，箭頭和楔子都有特定的排列方式，滿三個以後換行，這樣排列可以方便閱讀，請你試試能不能看出圖中最右邊的數是多少，欣賞一下這美麗的排列方式所帶來的便利性。

圖二　蘇美人的計數方法

告訴你 雙手當計數器 因此5或10一組

猜猜看，為什麼世界各地的古文明不約而同都把5或10當作一組呢？

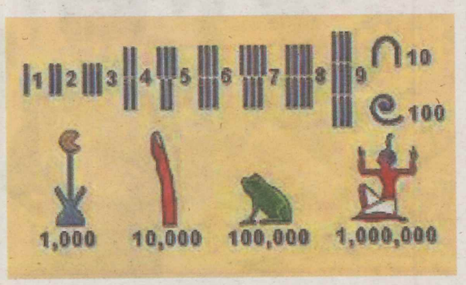
其實這和我們每個人都隨身攜帶的神奇小計數器有關，這套計數器以5個為一組，而且全套兩組共10個。猜到了吧！就是我們的手指頭。如果算術不是由人類，而是豬所發展出來，我們可以合理猜測，牠們應該會發明把4或8當成一組的記錄方式，因為豬的腳趾頭是4隻。

古埃及 10組視為一大組 7種符號來計數

如果遇到更大、更大的數要怎麼記錄呢？

如果你想到的是把幾組合起來看成更大的一組，再另外用一個新符號來表示，那麼你正好和古埃及人用了相同的方法。他們把10個當成一組，10組視為一大組，10大組再變成更大的一組，依此類推，共使用了7種不同符號來代表7個不同大小的數目（圖三）。

古埃及人記錄數目的方式著實有趣，但若要記錄更大的數目時卻可能有困難。我們來瞧瞧古中國如何用算籌記錄數字，這個方法可以輕易記錄任意大的數目。



圖三　古埃及的象形數字

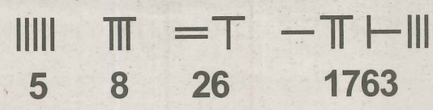
古中國 小竹片當算籌 不同擺法不同數

古中國用小竹片來進行數字的記錄與運算，你可以想像成是抓一大把冰棒棍來用，這些小竹片就稱為算籌，這也是「算」字之所以為竹部的原因喔！

算籌的運用方式如圖四所示，起初每擺一根算籌就代表1；超過5的時候，先用一根轉置的算籌代表5，再擺上超出5的部分，譬如7就是5加上2。

但數到10的時候就不同了，古代的中國和埃及一樣是把10個當成一組，但古中國不用新符號表示10，而是在旁邊的位置擺上1，代表10個的有1組；當10個的一組又湊到10組的時候，就在更旁邊的位置擺上1代表更大的一組；以此類推，每湊到10就往旁邊一格變成更大的一組。不同位置的「1」所代表的實際數量大小是不同的，這就是「位值」的概念。

附帶一提，相鄰兩個位置的算籌排列方向要相反，以免不同位置的算籌混在一起。



圖四　古中國的算籌計數

古印度 用0代表「沒有」 現在通行全世界

古印度與古中國一樣使用10進位制，不同之處在於，除了1至9的符號以外，他們還發明了一個代表「沒有」的符號，如此當某數有其中幾個位置沒有數量時（如70040），記錄起來仍能簡單明瞭。古印度的計數系統在中世紀被阿拉伯人引入歐洲，之後逐漸通行於全世界，這便是我們所熟悉的「印度-阿拉伯數字」。

●作者為教育部適性教學計畫「數學建築活動」教案設計人，任教北市石牌國中並指導政大橋藝社