

狀況3 如有兩班車 理想狀態等5分

歡樂的聚會活動雖結束，但美好的時光尚能延續，因為我們還是要一起搭公車回去，可喜的事還不只一樁，除了A路公車外，回程還多了同樣是每20分鐘發一班車的B路公車可以帶我們回去。我們來的時候預期等10分鐘，現在可以搭的公車多出了一倍，是否能為我們省去一半的等候時間呢？

B路公車帶給我們的效益多大？這個問題其實是取決於B路公車和A路公車的抵達時間相隔多久。

最理想的狀況是B路公車和A路公車抵達的時間正好相距10分鐘，在這樣的狀況下，這兩路公車合起來正好形成固定10分鐘的班距，那麼預期的等待時間也會減半為5分鐘。

(如圖3)

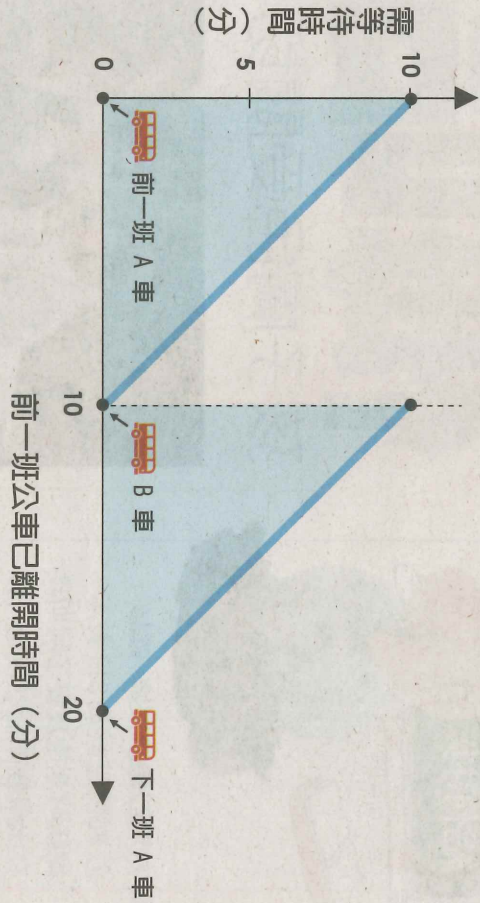


圖3 有兩路公車所需等待的時間

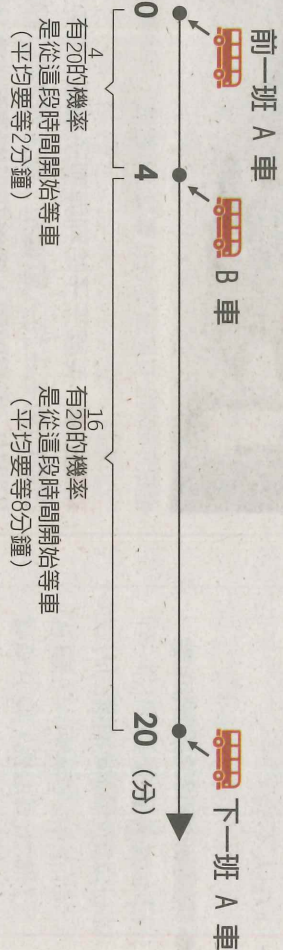
再想想 除考慮狀況 發生機率也計算

但最差的狀況也是有可能發生的，那就是B路公車和A路公車的抵達時間正好相同。在這樣的狀況下，多出來的B路公車完全不會為我們省下任何一點時間，預期的等待時間仍為10分鐘。

然而還有其他可能狀況要考慮，如果B路公車固定在A路公車離開4分鐘後抵達，則兩路公車合起來看的班距就是4分鐘、16分鐘、4分鐘、16分鐘……。如果我們是在A路公車剛離開、而B路公車尚未到站的這4分鐘內到公車站開始等車，需要的平均等待時間是2分鐘；但若我們是在B路公車離開後、A路公車到站前的16分鐘內等車，需要的平均等待時間則為8分鐘。

上述兩種狀況都可能發生，我們可能只要等2分鐘，也可能要等8分鐘，但這次我們不能直接把這兩個數字取平均。因為我們有比較高的機率是在B公車離開後的16分鐘內開始等車，而在另外4分鐘內開始等車的可能性則較低。所以計算平均的時候要分給等8分鐘的狀況比較高的比例，分給等2分鐘的狀況比較低的比例，計算結果是6.8分鐘，平均等待時間仍是介於8分鐘和2分鐘之間，但並不是正中間的5分鐘，而是會比較偏向8分鐘。(如圖4)

圖4 考慮發生機率的平均等待時間



總平均 = $(2 \times 4 + 8 \times 16) \div 20 = 6.8$ (分鐘)

有可能 多一班公車 只省1/3時間

最後，由於我們不知道兩路公車的抵達時間相隔多久，所以還需要考慮各種可能情形再加以平均。(如附表)

如果你注意到附表中其實並沒有真正地考慮到所有情形，這表示你的覺察力非常敏銳喔！事實上，若考慮到每1分鐘的情形，就可得到更準確的數據6.675分鐘；而若考慮到每0.5分鐘的情形，則會算出6.66875分鐘；如果要考慮到每一瞬間的無限多種情形，那就必須藉助微積分的力量了，可得出的計算結果是6又2/3分鐘，結論是多出這一倍的车量，其實只為我們省下了1/3的时间。

「噢？剛剛走掉的是不是B路公車啊？」

「啊！好像是耶！」

畫面中只見場長而去的公車，和專注於思考而沒留意公車的兩人。

附表 兩路線各種相隔時間下的平均等待時間

| 兩路線公車的間隔時間 | 平均等待時間 | 計算結果 |
|------------|---------------------------------------|------|
| 0 | $(0 \times 0 + 10 \times 20) \div 20$ | 10 |
| 2 | $(1 \times 2 + 9 \times 18) \div 20$ | 8.2 |
| 4 | $(2 \times 4 + 8 \times 16) \div 20$ | 6.8 |
| 6 | $(3 \times 6 + 7 \times 14) \div 20$ | 5.8 |
| 8 | $(4 \times 8 + 6 \times 12) \div 20$ | 5.2 |
| 10 | $(5 \times 10 + 5 \times 10) \div 20$ | 5 |
| 12 | $(6 \times 12 + 4 \times 8) \div 20$ | 5.2 |
| 14 | $(7 \times 14 + 3 \times 6) \div 20$ | 5.8 |
| 16 | $(8 \times 16 + 2 \times 4) \div 20$ | 6.8 |
| 18 | $(9 \times 18 + 1 \times 2) \div 20$ | 8.2 |
| 總平均 | | 6.7 |