

漫談方程式

求穩定解題？求巧妙思維？兩者不可偏廢

文／洪介興

二元一次能解題 一元一次也能解

今天讓我們先來做一道像是數學課本或習作裡會見到的題目：

提示①：父、子兩人歲數的總和是46歲。

提示②：父親歲數的2倍加上兒子歲數的3倍，正好是100歲。

問題：父、子兩人的年齡各是幾歲？

在繼續閱讀下去之前，請先想想看，你會怎麼做這道題目呢？

題目中清楚地寫明了兩個數量關係，並且都包含兩個未知的量：父親的歲數和兒子的歲數。因此，一個很自然的想法就是列出二元一次聯立方程式，接著用代入消去法或加減消去法求出x和y的值，以下是運用代入消去法解題的過程。

l. 假設父親的歲數是 x，兒子的歲數是 y

由題意可知：$\begin{cases} x+y=46 & \cdots(1) \\ 2x+3y=100 & \cdots(2) \end{cases}$

ii. 整理(1)式可得 $y=46-x$ …(3)

iii. 將 $y=46-x$ 代入(2)式：

$2x+3\times(46-x)=100$

$\rightarrow x=38$

iv. 將 $x=38$ 代入(3)式，得 $y=8$

如果把上面這道問題，拿去問還沒學過二元一次方程式，但學過一元一次方程式的同學，雖然他只能假設一個未知數，但還是可以解這道問題，做法如下。

i. 假設父親的歲數是 x，
根據提示①，父、子共 46 歲，
所以兒子的歲數是 $46-x$。

ii. 根據提示②可列出方程式：

$2x+3\times(46-x)=100$

$\rightarrow x=38$

iii. 兒子的歲數是 $46-x=46-38=8$

你是否有發現，兩種解法其實非常相像呢？

二元一次方程式的解法，是將兩個未知的量都假設成未知數，把兩個數量關係各列成一條方程式，進而求出兩個未知數的值；而在一元一次方程式的解法中，只把其中一個未知的量假設成未知數x，然後運用了提示①，把另一個未知的量用含有x的算式來表達，接下來就可以用提示②列出完整的方程式。

眼尖的你可能還會發現，在二元一次的解法中，「將 $y=46-x$ 代入(2)式」後所得到的方程式，就跟一元一次的解法中所列出的方程式一模一樣。也就是在這道題目中，一元一次方程式的解法，其實可以看作是暗地裡用了代入消去法的二元一次方程式解法。

只用四則運算 圖形也可以解題

如果拿這道題目去問沒有學過方程式的學生，他能不能解開這道題目呢？

善用圖解常能幫助我們解決許多問題，圖中的綠色條代表父親的年齡，橘色條代表兒子的年齡，所以全部5條的總和是100。

同時，我們又知道1個綠色條、1個橘色條的總和是46，因此圖中的兩個紅框圈起來的部分都是46，那麼剩下1個沒被圈到的橘色條就是 $100-46\times2=8$，因此1個綠色條就是 $46-8=38$。



不知道你有沒有發現，上面這個圖解的做法，就如同用加減消去法，將 $2x+3y=100$ 和 $2x+2y=92$ 的左、右兩邊分別相減，得到 $y=8$ 是一樣的呢！

較複雜的題目 二元一次輕鬆解

既然二元一次方程式的題目，用一元一次方程式，甚至不用方程式也能解決，那我們為什麼還要學到二元一次方程式呢？讓我們來看下面這道問題：

每顆水梨的價格相等、每顆蘋果的價格也相等，且

提示①：3顆水梨比4顆蘋果還貴5元

提示②：7顆水梨和5顆蘋果總共800元

問題：每顆水梨和蘋果的價格各是幾元？

這題如果運用二元一次方程式的方法，假設兩個未知數，可以很輕易地列出符合題意的兩道方程式，剩下的工作就是單純的計算，也完全難不倒我們。根據這個問題列出的二元一次聯立方程式如下：

假設水梨每顆 x 元，蘋果每顆 y 元

由題意可知：$\begin{cases} 3x-4y=5 & \cdots(1) \\ 7x+5y=800 & \cdots(2) \end{cases}$

同樣一道題目 一元一次較吃力

如果不用兩個未知數，而是只假設一個未知數，要列出正確的一元一次方程式就不太容易了。以下提供兩個解法，都是先假設每個水梨x元，差別在於解法1是運用提示①把蘋果的價錢用含有x的算式來表達，然後根據提示②來列方程式；而解法2是相反過來，運用提示②把蘋果的價錢用含有x的算式來表達，然後根據提示①來列方程式。兩個解法的複雜程度不相上下，都要經過許多步驟的仔細思考才能列出方程式，從假設未知數到列出方程式為止的解題過程如下：

解法1

i. 假設水梨每顆 x 元，則 3 顆水梨是 $3x$ 元。

ii. 因為 3 顆水梨比 4 顆蘋果還貴 5 元，
所以 4 顆蘋果是 $3x-5$ 元，
得每顆蘋果是 $(3x-5)\div4$ 元

iii. 由7顆水梨和 5 顆蘋果共 800 元可列出：
$7x+5\times[(3x-5)\div4]=800$

解法2

i. 假設水梨每顆 x 元，則7 顆水梨是 $7x$ 元。

ii. 因為 7 顆水梨和 5 顆蘋果共 800 元，
所以 5 顆蘋果是 $800-7x$ 元，
得每顆蘋果是 $(800-7x)\div5$ 元

iii. 由 3 顆水梨比 4 顆蘋果還貴 5 元可列出：
$3x-4\times[(800-7x)\div5]=5$

都不用方程式 算數方法也能解

如果都不用方程式呢？那麼事情就會變得相當有趣，這邊提供兩個解法，在繼續閱讀下去之前，邀請你也試著不用方程式來解這道題目。

解法1

i. 已知 7 顆水梨和 5 顆蘋果共 800 元，
根據提示①，
把 4 顆蘋果換成 3 顆水梨會貴 5 元，
所以 10 顆水梨和 1 顆蘋果共 805 元，
可知 1 顆水梨大約 70 多元。

ii. 列表檢驗如下：

水梨單價	蘋果單價	3顆水梨	4顆蘋果	相差5元
80	5	240	20	
79	15	237	60	
78	25	234	100	
77	35	231	140	
76	45	228	180	
75	**55**	225	220	✓
74	65	222	260	
73	75	219	300	
72	85	216	340	
71	95	213	380	
70	105	210	420	

解法2

i. 延續解法1的步驟i：
因為10 顆水梨和 1 顆蘋果共 805 元，
所以 40 顆水梨和 4 顆蘋果共 3220 元。

ii. 再把 4 顆蘋果換成 3 顆水梨，
得 43 顆水梨 3225 元，
因此 1 顆水梨就是 $3225\div43=75$ 元。

設定合適未知數 代數解題無堅不摧

前面這兩種不使用方程式，只靠運算來進行解題的方式叫做算數方法，運用方程式進行解題的方式叫做代數方法。

代數方法的威力在於，只要設定合適的未知數，往往可以輕易地依照情境列出正確的關係式，最後只需要求出方程式的解。許多算數方法很難解的問題，用代數方法都能輕易地迎刃而解，任何題目在代數方法面前都是一視同仁的——設未知數、列方程式、求解，代數方法就像是一台穩定、高效的解題機器，代數方法的美，是一種規律的美。

相反地，算數方法在比較複雜的題目經常碰壁，會需要從中觀察、分析出題目的要害，甚至可能需要一些特殊的操作讓題目變得好解決。然而，正因為如此，算數方法常會展現出思維的美妙，每道題目都有不同的漂亮解法，甚至同一道題目就有好多不同的精彩解法，算數方法的美，是一種創造的美。

你是代數方法的信徒，還是算數方法的信徒呢？若想要成為數學達人，我誠心地建議你，兩者都不要偏廢，要貪心地把魚與熊掌都兼得，每一道題目端到我們面前，都要反覆思量，尋找更多不同的美妙解法，享受解題的樂趣，感受數學的美！

●作者為教育部適性教學計畫「數學建模活動」教案設計人，任教北市石牌國中

英閱大視野

I See What You Mean

by Coach Jeff

Humans belong to a **group** of animals called "primates," and this group also includes apes, like chimpanzees and bonobos. When humans communicate, we **use** both words and **body language**. Other primates use body language, too. They **gesture** to each other to express **what** they **mean**. Kirsty Graham and Catherine Hobaiter are researchers who wanted to know if humans could understand the body language of apes.

The researchers created a test. Thousands of people were shown videos of apes gesturing, and then they were asked to **choose** the meaning of the gesture from a list of four possible answers. Graham and Hobaiter discovered that humans are really good at understanding the gestures of apes, answering **correctly** more than 50% of the questions. Why can humans do this? Maybe it's because we share a common ancestor with apes, or maybe it's because we share **similar** body structures. No one is really sure.

我懂你的意思

文／林育如

人類屬於「靈長類動物」，這類動物包括黑猩猩和倭黑猩猩等人猿。人類溝通時，會同時用到文字和肢體語言，其他靈長類動物也會使用肢體語言。他們相互比手勢用以表達各自的意思。克絲蒂・格林漢及凱薩琳・霍拜特是兩位想要知道人類能否了解人猿肢體語言的專家。

專家們建立了一套測驗，讓數以千計的人觀看人猿打手勢的影片，然後從四個答案中選出手勢的意思。格林漢及霍拜特發現人類很擅長理解人猿的手勢，一半以上的題目都能答對。為什麼人類能做得到呢？也許是因為我們和人猿有共同的祖先，也或許是因為我們有相似的身體結構。當然沒有人知道正確的答案。

一、實用文法

當"what"用於間接問句時，若原直接問句含助動詞do/does/did，則需刪去助動詞；若直接問句中含be動詞時，則將主詞與be動詞調換順序。

例如：直接問句：What do you want? → 間接問句：I know what you want.

二、牛刀小試

利用上述的文法將直接問句改為間接問句。

1. Question: What did he say?
   I heard _____.
2. Question: What is Becky doing?
   I don't know _____.
3. What does the chimpanzee like to eat?
   I remember _____.

閱讀能力測驗

1. What is this article about?
   A. Apes that can talk
   B. Primates that can learn body language
   C. Ape gestures that humans understand
2. Why do many people seem to know the body language of apes?
   A. They studied thousands of videos.
   B. They were taught by their ancestors.
   C. Nobody knows the answer.
3. Read the short news item, then choose the best title for the article.
   A. Body Language and Lying
   B. You Should Never Tell Lies
   C. Experts Lie About Gestures

3. _____
Experts have discovered that people often close their eyes when they are lying. Some people also shake their hands or lick their lips. Those gestures don't always show that someone is lying, but you should probably be careful!

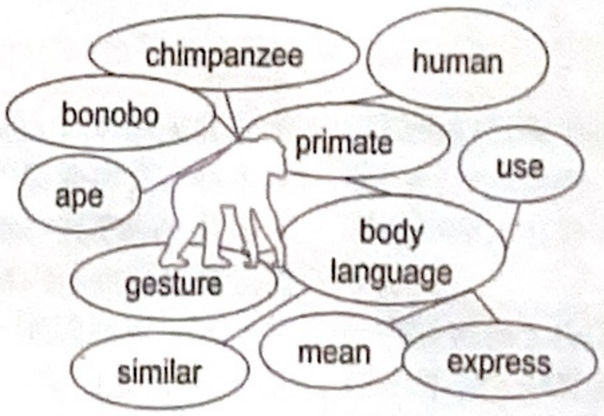
國中2000字

group 團體
use 使用
mean 意思
choose 選擇
correct 正確的
similar 相似的

補充單字

body language 肢體語言
gesture 手勢

Mind Maps 單字心智圖



好讀VIP家用自學服務

好讀周報每周二搭配本篇文章，推出名師解析影片，結合生活情境閱讀測驗，提升閱讀素養力！要怎麼看到影片呢？
goodread.u-writing.com

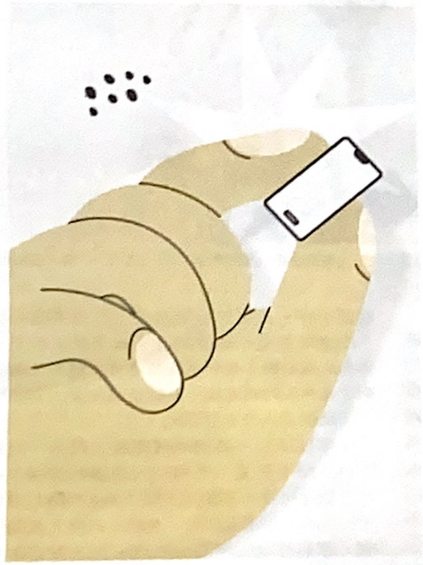
「牛刀小試」答案：1.what he said 2.what Becky is doing 3.the chimpanzee likes to eat
「閱讀能力測驗」解答：C, C, A

在國際地球村的趨勢下，英語成了升學、出國的必備利器，
《常春藤生活英語雜誌》為使讀者可以輕鬆與外國人對話，特別推出「生活FUN學堂」，
內容有生活性的實用對話、時事主題及新知，讓你輕輕鬆鬆，英語升級！

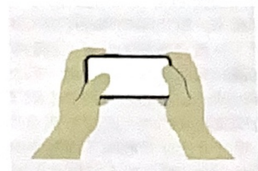
How Do You Hold Your Smartphone?

拿手機的姿勢出賣了你的性格！

The way you hold your phone can reveal[1] a lot about you.







With so many people using smartphones these days, researchers have noticed some **trends**[2]. When you make a call or **scroll**, how do you hold your phone? Do you hold it with one hand or two? Which finger usually touches the screen? Some **psychologists** believe the way you hold your **device**[3] may say a lot about your personality.

Let's take a look at the four most common ways people hold their phone. The first is the "single-hand" user. In this position, people hold the phone in their **dominant**[4] hand and use their thumb to **tap**[5] the screen. People who fit in this type are often practical and confident, but they may also be risk-takers. With one hand free, this **grip** **reflects**[6] a **laid-back** attitude. However, they may also act too quickly and make more mistakes.

Then there are those who hold their phone with two hands and use both thumbs to type and **navigate** the screen. This is the "two thumbs" position. People who use two thumbs to tap the screen are usually focused and hard-working. They like to solve problems quickly and don't like to waste time. Despite their **efficiency**[7], others may **view** these people **as**[8] **pushy** or too serious.

Translation

隨著現代使用智慧型手機的人數眾多，研究人員注意到一些趨勢。你打電話或滑手機時，你是怎麼拿手機的呢？你用單手還是雙手拿？通常是哪隻手指觸碰螢幕？一些心理學家認為，你拿裝置的方式可能透露出許多關於你的個性的事。

來看看4種最常見的人們拿手機的姿勢吧。第一種是「單手」的使用者。用此姿勢時，人們會用慣用手拿手機，並用大拇指點擊螢幕。符合此類型的人通常是既實際又自信的，但他們可能也勇於冒險。因為一隻手空著，這種握東西的方式反映出輕鬆隨性的態度。然而，他們可能也會因行動過於匆促而犯下更多錯誤。

接著是那些用雙手拿手機、兩手拇指打字或瀏覽螢幕的人。這是「雙拇指」姿勢。使用兩手拇指點擊螢幕的人通常很專注也很勤奮。他們喜歡迅速解決問題，不喜歡浪費時間。儘管他們做事效率高，其他人可能會認為這些人很咄咄逼人或太過嚴肅。

英文試金石答案：1. D　2. A　3. C

Words & Phrases 單字片語
★號為全民英檢中級必背單字

★ 1. **reveal** [rɪ`vil] vt. 揭露，透露；顯示
Lisa revealed the secret by accident.
麗莎無意間透露了這個祕密。

★ 2. **trend** [trɛnd] n. 趨勢；潮流
There is a growing trend towards renting a house.
租房的趨勢日益增長。

★ 3. **device** [dɪ`vaɪs] n. 裝置，器具
This device can be used in all sorts of weather conditions.
這個裝置適用於各種天氣狀況。

★ 4. **dominant** [`dɑmənənt] a. 主導的；強勢的
Frank held a dominant position in the company.
法蘭克在公司佔主導職位。

★ 5. **tap** [tæp] vt. 輕觸；輕拍
George tapped the screen of his phone but nothing happened.
喬治點擊他的手機螢幕，但是毫無反應。

★ 6. **reflect** [rɪ`flɛkt] vt. 反映
Our actions reflect our beliefs.
我們的行動反映出我們的信念。

★ 7. **efficiency** [ɪ`fɪʃənsɪ] n. 效率
The new secretary impressed the boss with her efficiency.
那位新祕書的效率使老闆印象深刻。

8. **view A as B** 視 A 為 B
Timmy understands many languages, so people view him as smart and gifted.
提米懂多種語言，所以人們認為他聰明又有天賦。
* **gifted** [`gɪftɪd] a. 有天賦的

Extra Words& Phrases 補充詞彙

* **scroll** [skrol] vi.（在螢幕頁面）上下移動
* **psychologist** [saɪ`kɑlədʒɪst] n. 心理學家
* **grip** [grɪp] n. 緊握
* **laid-back** [ˌled`bæk] a. 輕鬆隨興的，從容自在的
* **navigate** [`nævəˌget] vt. 瀏覽（網站）
* **pushy** [`puʃɪ] a. 咄咄逼人的，態度強硬的

You Can Do This 英文試金石 請依句意在空格內填入適當的字詞

_____ ❶ The numbers in this graph
_____ ❷ A special type of device
_____ ❸ Tom broke the contract

A. is needed to look for the treasure.
B. so that we can solve this problem.
C. by revealing the company's secrets.
D. reflect changes in people's habits.

更多好讀看這邊



東寫西讀粉絲團

面對全新課綱該擁有什麼能力？素養怎麼學？怎麼教？自主學習怎麼做？家長最關心的教育訊息、老師最需要的教學素材，還有不定期的趣味好康活動，都在東寫西讀粉絲團，趕緊按讚追蹤，你也是好讀萬事通！

www.facebook.com/readgoodtw

聯合學苑 udncollege

「閱讀・寫作・跨域學習」，聯合報教育服務官網一站報你知！教育新知、跨領域學習好文、精選營隊與聯合盃、手繪報等大賞情報，盡在聯合學苑，歡迎每日來訪，教育趨勢一把抓。

udncollege.udn.com

1Campus 「聯合報教育服務」

玩閱讀、學寫作，還有打造關鍵素養力的「閱讀練功坊」，下載 **1Campus App** 訂閱「聯合報教育服務」，跨領域文章隨選隨讀，會考作文隨寫隨批，一次滿足你。

App Store　Google Play

本專欄內容出自《常春藤生活英語雜誌》3月號



●常春藤有LINE@生活圖帳號，能更即時地學英文唷！
LINE→官方帳號→
搜尋處輸入「常春藤英語」
或「@ouy2538o」
→按加入就好嘍！

●範本圖請掃描 QRCode。